

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\log_{2016} 63 + \log_{2016} 32 + \sqrt{0,0625} = \frac{5}{4}$.
- 5p** 2. Determinați numărul real m , pentru care soluțiile ecuației $x^2 - (3m-4)x + m-3 = 0$ verifică relația $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 2^x + 4^x - 8^x = 0$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$, acesta să fie soluție a ecuației $f(n) = 0$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(n) = n^3 + 3n - 4$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 6\sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$. Calculați lungimea vectorului $\overline{AC} - \overline{AB}$.
- 5p** 6. Arătați că $\sin(a+b) = 1$, știind că $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq b$ și $\sin a + \cos a = \sin b + \cos b$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $\Delta(x, y) = \begin{vmatrix} x & 3 & y \\ x^2 & 2 & y^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p** a) Calculați $\Delta(-1, 0)$.
- 5p** b) Demonstrați că $\Delta(x, y) = (x-y)(xy - 3x - 3y + 2)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele întregi distincte x și y , știind că $\frac{1}{y-x} \Delta(x, y) = 8$.
2. Se consideră matricea $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 2^n & 3^n \\ 0 & 1 & 2^n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde n este număr natural.
- 5p** a) Calculați $A(1) - A(0)$.
- 5p** b) Determinați inversa matricei $A(1)$.
- 5p** c) Demonstrați că, dacă $A(n) \cdot A(n) = A(p)$, atunci $n = 0$ și $p = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2x+1}{x}$ și șirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = f(n)$.
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** b) Demonstrați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este descrescător.
- 5p** c) Demonstrați că $\ln 2 < x_n \leq \ln 3$, pentru orice număr natural n , $n \geq 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 4x + 3}, & x < 1 \\ \sqrt{x^2 + 4x - 4} + a, & x \geq 1 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

5p b) Determinați numărul real a , pentru care funcția f este continuă în punctul $x = 1$.

5p c) Pentru $a = 2$, calculați $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\ln(f(x) - 2)}{x - 1}$.